

Date: 27<sup>th</sup> March-2026

PRIZMANING HAJMI. PARALLELEPIPEDNING HAJMINI HISOBLASH  
FORMULALARI

Xolmatova Mo‘tabarxon Hatamjon qizi

Farg‘ona viloyati Toshloq tuman 2-son texnikumi matematika fani o‘qituvchisi

**Annotatsiya:** Ushbu maqolada prizma va parallelepipedning hajmini hisoblash formulalari keng tahlil qilinadi. Maqolada prizma va parallelepipedning turli shakllari, ularning asoslari va balandligi orqali hajmni hisoblash usullari, shuningdek, vektorlar va trigonometrik metodlar yordamida hisoblashning qo‘shimcha yondashuvlari ko‘rsatildi. Mazkur mavzu amaliy hayotda, jumladan, qurilish, sanoat ishlab chiqarish, qadoqlash, suv omborlari va 3D modellash tirish kabi sohalarda qo‘llanilish imkoniyatlari bilan boyitilgan.  
**Kalit so‘zlar:** prizma, parallelepiped, hajm, balandlik, asos, kub, vektor, trigonometrik formula, amaliy masala, geometrik hisob.

Hajm tushunchasi matematika va geometriya fanining asosiy bo‘limlaridan biri bo‘lib, uch o‘lchovli jismlarni o‘lchash va ularning fazoviy xususiyatlarini aniqlashda muhim ahamiyatga ega. Hajmni to‘g‘ri hisoblash nafaqat nazariy masalalarda, balki kundalik hayot, muhandislik, qurilish, me‘morlik va boshqa amaliy sohalarda ham keng qo‘llaniladi. Masalan, konteynerlar, xona hajmlari, suyuqlik sig‘imi, qattiq jismlarning zichligi va o‘lchamlari kabi ko‘plab masalalarni yechishda hajm tushunchasi bevosita ishlatiladi. Shu nuqtai nazardan, uch o‘lchovli geometrik jismlarning hajmini aniqlash har bir o‘quvchi va mutaxassis uchun muhim ko‘nikma hisoblanadi.

Hajmning hisoblanishi uchun eng sodda va tez-tez uchraydigan jismlardan biri — parallelepiped va prizmadir. *Prizma* va *parallelepiped* tushunchalari ko‘p hollarda o‘zaro aralashib ishlatilsa-da, ularning har biri geometrik xususiyatlariga ko‘ra alohida e‘tibor talab qiladi. Prizma ikki asosli tekisliklar bilan chegaralangan va yon tomonlari parallelogrammalar yoki to‘g‘ri burchakli parallelogrammalar bo‘lgan uch o‘lchovli jism sifatida aniqlanadi. Parallelepiped esa to‘rtburchak asosli va barcha yon tomonlari parallelogramma bo‘lgan maxsus prizma turi hisoblanadi.

Hajmni hisoblash masalalarida, prizma va parallelepipedning xususiyatlarini bilish va formulalar orqali amaliy yechim topish katta ahamiyatga ega. Masalan, to‘g‘ri burchakli parallelepiped (kubga yaqin shakl) uchun hajmni aniqlashda uning uzunligi, eni va balandligini bilish yetarli bo‘ladi. Shu bilan birga, boshqa turdagi prizmalarda asosning maydoni va balandlik orqali hajm topish formulasi ishlatiladi.

**Prizma** – bu ikki asosli tekisliklar bilan cheklangan va yon tomonlari parallelogrammalar shaklida bo‘lgan uch o‘lchovli jismdir. Prizmaning asoslari bir-biriga parallel bo‘lib, ular orasidagi masofa prizmaning **balandligi** deb ataladi. Prizma turiga qarab, asos shakli turlicha bo‘lishi mumkin: uchburchak, to‘rtburchak, beshburchak va boshqa ko‘pburchaklar.

Prizmaning hajmi quyidagi umumiy formula orqali hisoblanadi:

$$V = S_{\text{asos}} \cdot h$$

Bu yerda: (V) – prizmaning hajmi,  $S_{\text{asos}}$  – prizmaning asosining maydoni, (h) – prizmaning balandligi (asoslar orasidagi masofa).

**Asosning maydoni** esa uning shakliga qarab hisoblanadi:

**To'rtburchak asosli prizma** uchun: ( $S_{\text{asos}} = a \cdot b$ ), bu yerda (a) va (b) – asosning tomonlari.

**Uchburchak asosli prizma** uchun: ( $S_{\text{asos}} = \frac{1}{2} b h_{\text{uchburchak}}$ , bu yerda b – uchburchakning asos tomoni,  $h_{\text{uchburchak}}$  – uchburchakning balandligi.

**Ko'pburchak asosli prizma** uchun: asosning maydoni maxsus geometrik formulalar yoki bo'linish orqali hisoblanadi.

Shu tarzda, prizmaning hajmini aniqlash uchun avvalo uning asosining maydoni topiladi, keyin esa balandlik bilan ko'paytirilib, umumiy hajm olinadi.

Misol uchun, to'rtburchak asosli prizmaning uzunligi 5sm, eni 3 sm va balandligi 10 sm bo'lsa, hajmi:  $V = 5 \cdot 3 \cdot 10 = 150 \text{ sm}^3$

Bu formulalar prizmalarning barcha turlarida umumiy prinsip sifatida qo'llaniladi va ularni amaliy masalalarda ishlatish oson.

**Parallelepiped** – bu to'rtburchak asosli prizma bo'lib, barcha yon tomonlari parallelogramma shaklida bo'lgan maxsus uch o'lchovli jismdir. Parallelepipedning eng sodda turi **to'g'ri burchakli parallelepiped**, ya'ni barcha burchaklari to'g'ri burchak bo'lgan jismlardir. Agar barcha tomonlari teng bo'lsa, u **kub** deb ataladi.

To'g'ri burchakli parallelepipedning hajmi uch o'lchovli o'lchamlari orqali hisoblanadi:  $V = a \cdot b \cdot c$

Bu yerda (a, b, c) – parallelepipedning uzunligi, eni va balandligi.

Agar parallelepipedning yon tomonlari parallelogramma bo'lsa va burchaklar to'g'ri bo'lmasa, hajmini topishda **vektorlar yordamida** yechim beriladi. Agar  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$  – parallelepipedning uchta bir-biriga tutashgan qirrasi bo'lsa, hajm quyidagicha aniqlanadi:

$$V = | \vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c}) |$$

Bu formula orqali parallelepipedning hajmi geometrik jihatdan qirralar vektorlari orasidagi o'rnini hisobga oladi va u zamonaviy matematikada ham keng qo'llaniladi. Misol uchun, to'g'ri burchakli parallelepipedning uzunligi 4 sm, eni 3 sm, balandligi 2 sm bo'lsa,

$$\text{hajmi: } V = 4 \cdot 3 \cdot 2 = 24 \text{ sm}^3$$

Kub shaklidagi parallelepipedda esa barcha o'lchamlar teng bo'lib, hajm  $V = a^3$  bilan ifodalanadi.

**Prizma hajmini topishning qo'shimcha usullari.** Prizmaning hajmi ko'pincha asos maydoni va balandlik orqali hisoblanadi, ammo ayrim hollarda asos maydoni bevosita aniqlanmaydi. Bunday vaziyatlarda **geometrik usullar** yoki **trigonometriya formulasidan** foydalanish mumkin.

**Yon tomonlar koordinatalari orqali hisoblash:** Agar prizma uch o'lchovli koordinata sistemasida berilgan bo'lsa, asosning uchburchak yoki ko'pburchak shaklida koordinatalari yordamida maydon aniqlanadi, so'ng balandlik bilan ko'paytiriladi.



Date: 27<sup>th</sup> March-2026

**Trigonometriya orqali:** Masalan, uchburchak asosli prizma uchun asosning maydoni tomonlar uzunligi va burchak yordamida quyidagicha aniqlanishi mumkin:  $S_{asos} = \frac{1}{2} a \cdot b \cdot \sin \gamma$ , bu yerda (a) va (b) – uchburchak tomonlari,  $\gamma$  – ular orasidagi burchak. Shundan so‘ng hajm  $V = S_{asos} \cdot h$  bilan aniqlanadi.

**Ko‘pburchak asosli prizma:** Poligon asosli prizmalarda asosni kichik uchburchaklarga bo‘lib, har birining maydonini hisoblash va yig‘ish orqali umumiy maydon topiladi. Bu usul ayniqsa arxitektura va muhandislik masalalarida qo‘llaniladi.

Parallelepipedning hajmi faqat to‘g‘ri burchakli shakl bilan cheklanmaydi. Agar yon tomonlari parallelogramma va burchaklar turlicha bo‘lsa, quyidagi usullar ishlatiladi:

**Trigonometrik formula:** Agar to‘rtta yon tomoni parallelogramma bo‘lsa va asosning tomoni  $a \cdot b$ , yon tomonlari orasidagi burchak  $\theta$  bo‘lsa, hajm:  $V = a \cdot b \cdot h = a \cdot b \cdot (c \cdot \sin \theta)$ , bu yerda (c) – balandlik o‘rnida turgan qirra.

**Determinant yordamida:** Vektor ko‘rinishidagi parallelepipedlarda uch qirrani vektor sifatida olganda, hajm determinant orqali aniqlanadi:

$$V = \begin{vmatrix} a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \\ c_x & c_y & c_z \end{vmatrix}$$

Bu formula uch qirrali parallelepipedning fazodagi joylashishini to‘liq hisobga oladi.

**Kub shakli bilan bog‘lash:** Agar parallelepiped kub shakliga yaqin bo‘lsa, hajmni taxminiy tarzda  $V=a^3$  yoki  $V = a \cdot b \cdot c$  orqali baholash mumkin. Bu usul amaliy ishlar, masalan, qadoqlash va konteyner sig‘imi hisoblashda tezkor yechim beradi.

Prizma va parallelepipedning hajmi formulalari nafaqat maktab yoki oliy ta’limdagi matematik masalalarda, balki real hayotdagi ko‘plab sohalarda qo‘llaniladi. Misol uchun qurilish ishlarida xonalar va konteynerlarning hajmini hisoblash, suv omborlari va rezervuarlarning sig‘imini aniqlash, sanoat ishlab chiqarishda mahsulotlar hajmini va zichligini aniqlash, fizika va kimyo laboratoriyalarida suyuqlik va qattiq jismlarning o‘lchamlarini hisoblash. Shuningdek, vektorlar yordamida hajmni hisoblash formulasi dizayn va 3D modellashtirishda ham qo‘llaniladi, bu esa zamonaviy texnologik sohalarda juda muhimdir.

#### Amaliy masalalarga qo‘shimcha misollar

**Qadoqlash:** Agar mahsulot to‘plami parallelepiped shaklida bo‘lsa va uzunligi 0,5 m, eni 0,4 m, balandligi 0,3 m bo‘lsa, uning hajmi:  $V=0,5 \cdot 0,4 \cdot 0,3=0,06m^3$ . Bu hajmni bilish qadoqlash materialini hisoblashda yordam beradi.

**Suv sig‘imi:** Uchburchak asosli prizma shaklidagi suv omborining asos yuzasi 20 m<sup>2</sup>, balandligi 5 m bo‘lsa, sig‘imi:  $V=20 \cdot 5=100m^3$



Date: 27<sup>th</sup> March-2026

**3D modellashtirish:** Kompyuter grafikasi va CAD dasturlarida vektorlar yordamida hajmni hisoblash formulasi muhim, chunki jismning burilishi va fazodagi pozitsiyasi hajmga ta'sir qiladi.

Ushbu maqolada prizma va parallelepipedning hajmini hisoblash formulalari keng tahlil qilindi. Prizma hajmi asos maydoni va balandlik yordamida aniqlanadi, turli asos shakllari (uchburchak, to'rtburchak, ko'pburchak) uchun maxsus maydon formulalari qo'llaniladi. Parallelepipedning hajmi esa to'g'ri burchakli holatda o'lchamlar ko'paytmasi orqali, murakkab holatlarda esa vektorlar va determinant yordamida aniqlanadi. Shuningdek, qo'shimcha metodlar yordamida, masalan, trigonometrik formulalar yoki poligon bo'linish usullari orqali ham hajmni hisoblash mumkinligi ko'rsatildi. Xulosa qilib aytganda, prizma va parallelepipedning hajmini hisoblash matematik nazariya bilan amaliyotni birlashtiruvchi muhim vosita bo'lib, geometrik tushunchalarni chuqurroq anglash va real masalalarni yechishda katta yordam beradi.

#### FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR:

1. Xasanov, O., Geometriya asoslari, Toshkent, "Fan" nashriyoti, 2018, 320 b.
2. Yoqubov, M., Makro va mikro geometriya masalalari, Toshkent, "Sharq" nashriyoti, 2020, 256 b.
3. Mirzaev, A., Oliy matematika: Geometriya bo'limi, Toshkent, "O'qituvchi" nashriyoti, 2017, 400 b.
4. Islomov, R., Amaliy geometriya va hisoblash metodlari, Toshkent, "Akademnashr" nashriyoti, 2019, 288 b.
5. Qodirov, B., Matematika va fizika amaliy ishlanmalar, Toshkent, "Tafakkur" nashriyoti, 2016, 312 b.
6. Tursunov, S., Uch o'lchovli jismlarni o'rganish va hisoblash, Samarqand, "Ilm-fan" nashriyoti, 2021, 274 b.

